# H25 年国公２次試験専門問題解説（水理）

【No.20】

(1)

ア：非定常

イ：定常流（または定流）

ウ：等流

エ：$\sin\theta$, または $\tan\theta$, または$\theta$

オ：マニング式は,

$$v=\frac{1}{n}R^{2/3}{S_0}^{1/2}=\frac{R^{6/1}}{ng^{1/2}}\sqrt{gRS_0}=\frac{R^{6/1}}{ng^{1/2}}u_*$$

より,

$$\therefore\quad S_f=\frac{\tau_0}{\rho gR}=\frac{u_*^2}{gR}=\frac{n^2v^2}{R^{4/3}}$$

(2)

(a)定常であるので，③④式の左辺第一項は消去できる．また，広長方形断面が仮定されているので，両式は

$$q=const.$$

$$\frac{q^2}{2g}\frac{d}{dx}(h^{-2})+\frac{dh}{dx}-S_0=-S_f$$

よって,

$$\frac{dh}{dx}\left(1-\frac{q^2}{gh^3}\right)=S_0-S_f$$

$$\therefore\quad\frac{dh}{dx}=\frac{S_0-S_f}{1-\frac{q^2}{gh^3}}$$

次に，等流水深と限界水深を用いると，⑥式が得られる．（マニング式とフルード数の定義から容易に得られる.）

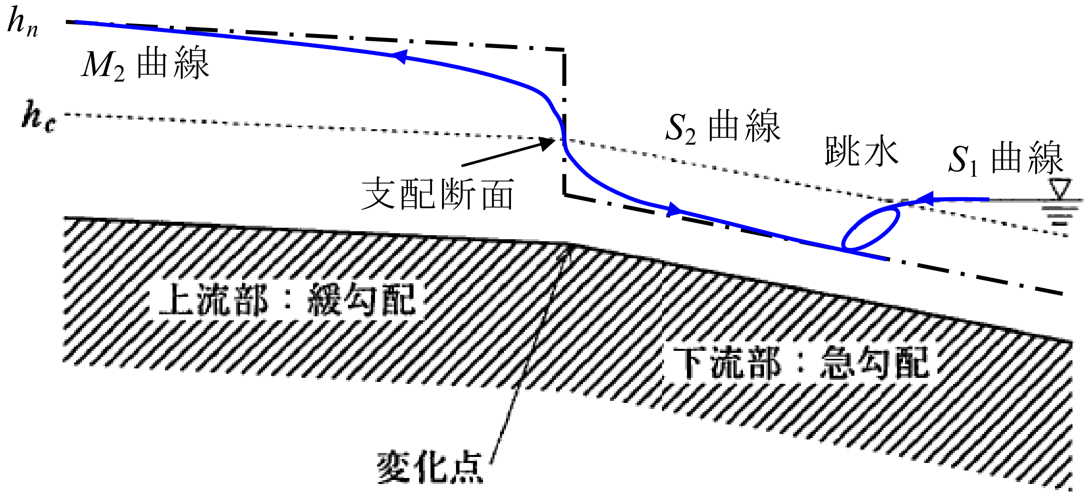
等流水深は，マニング式より

$$q=\frac{1}{n}{h_n}^{5/3}{S_0}^{1/2},\qquad\therefore\ h_n=\left(\frac{n^2q^2}{S_0}\right)^{3/10}$$

限界水深は，フルード数が 1 より,

$$\frac{q^2}{gh_c^3}=1,\qquad\therefore\ h_c=\left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3}$$

(b)水面形を描く問題である．下図の通りとなる．




図Ⅱ

(3)

(a)

連続式は，両断面を通過する単位幅当たり流量が等しいことから，

$$ch = v_2(h+\eta)$$

運動方程式は，運動量の定理を適用し，

$$-\rho(h+\eta)v_2^2 + \rho hc^2 = \frac{1}{2}\rho g(h+\eta)^2 - \frac{1}{2}\rho gh^2$$

(b)

上式を連立させて求めると，

$$c^2 = \frac{1}{2}g(h+\eta)\left(2+\frac{h}{\eta}\right)$$

$\eta \ll h$ より，

$$c^2 \approx gh \qquad \therefore c \approx \sqrt{gh}$$

(c)

(i) シ：フルード数

(ii) フルード数 $v/c$ の値により以下の 3 つに流れは区分される．

$v/c > 1$ :射流

水面の擾乱が上流へ伝播することができないため，水面形は上流側から決まる．

$v/c = 1$ :限界流

水面の擾乱が同じ位置で停止する．

$v/c < 1$ :常流

水面の擾乱が上流側へ伝播できるため，水面形は下流側から決まる．

(iii)フルード数の二乗は，

$$Fr^2 = \frac{v^2}{c^2} = \frac{v^2}{gh} = \frac{q^2}{gh^3}$$

と表せる．一方，限界水深は

$$h_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3}$$

より，

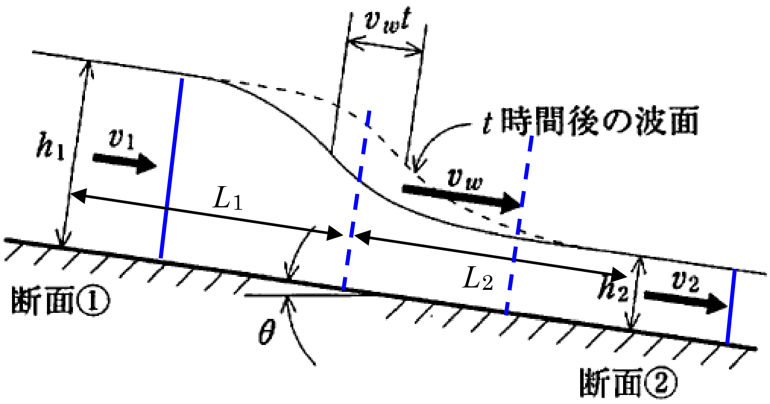
$$Fr^2 = \frac{{h_c}^3}{h^3}$$

よって，単位幅流量と水深からフルード数が計算され，流れの状態を判断でき，水面形の計算方向が決定できる．

（※問題が意図しているところが曖昧であるので，この解答例が妥当であるか判断しかねる．）

(4)

(a)




上図の様に記号 $L_1$, $L_2$ を定義すると，波の中心位置（破線）に段波があると想定することで，単位時間の進行により次の連続式が成り立つ．

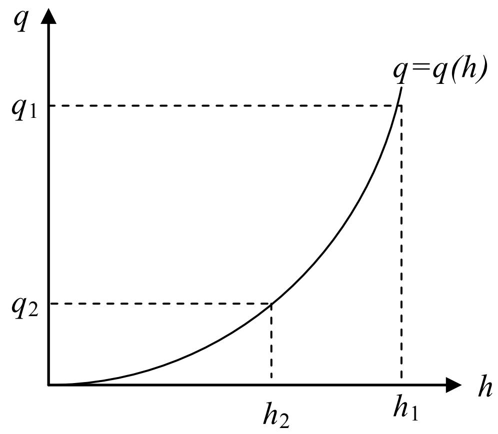
$$h_1L_1 + h_2L_2 = h_1(L_1 + v_w - v_1) + h_2(L_2 + v_2 - v_w)$$

$$\therefore\ h_1(v_w - v_1) = h_2(v_w - v_2)$$

よって，

$$v_w = \frac{q_1 - q_2}{h_1 - h_2}$$

一般的に，$q$ は $h$ の関数である（例えばマニング式など）ので，下図の様なグラフが想定される．




よって，$v_w$ の極限は $h_2 \to h_1$，すなわち

$$v_w \to \left.\frac{dq}{dh}\right|_{h=h_1}$$

となる．

(b)

マニング式から，摩擦勾配は次式で示される．

$$S_f = \frac{n^2 v^2}{R^{4/3}}$$

よって，⑩式から（もしくはマニング式そのものから），次式が得られる．

$$q = \frac{\sqrt{S_0}}{n} h^{5/3}$$

$$\therefore \quad h = \left(\frac{n}{\sqrt{S_0}}\right)^{3/5} q^{3/5}$$

時間微分すると，

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{3}{5}\left(\frac{n}{\sqrt{S_0}}\right)^{3/5} q^{-2/5} \frac{\partial q}{\partial t}$$

これを⑨式へ代入し，整理すると，

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{5}{3}\left(\frac{n}{\sqrt{S_0}}\right)^{3/5} q^{2/5} \frac{\partial q}{\partial x} = \frac{\partial q}{\partial t} + v_m \frac{\partial q}{\partial x} = 0$$

となり，特性曲線

$$\frac{dx}{dt} = v_m = \frac{5}{3}\left(\frac{n}{\sqrt{S_0}}\right)^{3/5} q^{2/5}$$

上で $q$ は一定($\mathrm{d}q/\mathrm{d}t=0$)となる．マニング式より，

$$v_m = \frac{5}{3}\left(\frac{n}{\sqrt{S_0}}\right)^{3/5} q^{2/5} = \frac{5}{3}\frac{q}{h} = \frac{5}{3} v$$

（※この関係は Kleitz-Seddon の法則と呼ばれるものの一部を示している．）