H29 年国公２次試験専門問題解説（水理）

【No.20】

(1) Fr 数が 1 より大きければよいので，

$$\frac{v_1^2}{gh_1} > 1$$

(2)［解答例］水面上の擾乱が上流へ伝播できるのが常流で，伝播できないのが射流である．

(3)衝撃波面の上下流で通過する水の質量が等しいことから，

$$\rho h_1 v_{n1} = \rho h_2 v_{n2} \qquad \therefore h_1 v_{n1} = h_2 v_{n2}$$

(4)図 I の下図において，衝撃波面前後を含むコントロールボリュームを設定し，運動量の定理を適用する．圧力は静水圧をとるとすれば，次式を得る．

$$\rho h_2 v_{n2}^2 - \rho h_1 v_{n1}^2 = \frac{1}{2}\rho g h_1^2 - \frac{1}{2}\rho g h_2^2$$

$$\therefore \ \frac{1}{2}h_1^2 + \frac{h_1 v_{n1}^2}{g} = \frac{1}{2}h_2^2 + \frac{h_2 v_{n2}^2}{g}$$

(5)上記(3),(4)で得られた基礎式を連立し，v_{n2}を消去すると．

$$\frac{1}{2}h_1^2 + \frac{h_1 v_{n1}^2}{g} = \frac{1}{2}h_2^2 + \frac{h_2}{g}\left(\frac{h_1}{h_2}v_{n1}\right)^2$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{h_2}{h_1}\right)^2 - Fr_{n1}^2\left(1 - \frac{h_1}{h_2}\right) - \frac{1}{2} = 0$$

$$\left(\frac{h_2}{h_1}\right)^3 - (1 + 2Fr_{n1}^2)\frac{h_2}{h_1} + 2Fr_{n1}^2 = 0$$

$$\therefore \ \frac{h_2}{h_1} = 1, -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{1 + 8Fr_{n1}^2}$$

よって，有意な解は

$$\frac{h_2}{h_1} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1 + 8Fr_{n1}^2}$$

(6)運動量は変化せず，力も作用しない（水深が変化しない）ので，

$$v_{t1} = v_{t2}$$

(7)図 I より,

$$v_{n1} = v_1 sin\beta$$

$$v_{t1} = v_1 cos\beta$$

$$v_{n2} = v_2 sin(\beta - \theta)$$

$$v_{t2} = v_2 cos(\beta - \theta)$$

(8)上記(6)の結果と(7)の結果より,

$$v_1 cos\beta = v_2 cos(\beta - \theta) = v_{n2} \frac{cos(\beta - \theta)}{sin(\beta - \theta)}$$

(3)の結果より,

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{v_{n1}}{v_{n2}} = \frac{sin\beta cos(\beta - \theta)}{cos\beta sin(\beta - \theta)} = \frac{tan\beta}{tan(\beta - \theta)}$$

(5)の結果より,

$$-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1 + 8Fr_{n1}^2} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1 + 8Fr_1^2 sin^2\beta} = \frac{tan\beta}{tan(\beta - \theta)}$$

また,

$$Fr_1^2 = \frac{v_1^2}{gh_1} = \frac{1}{gh_1}\left(\frac{cos(\beta - \theta)}{cos\beta} v_2\right)^2 = Fr_2^2 \frac{h_2}{h_1}\left(\frac{cos(\beta - \theta)}{cos\beta}\right)^2$$

(9)題意より,

$$Fr_1 \ \ \fallingdotseq 2.5$$

図 II より, θ=10° のとき

$$\frac{h_2}{h_1} \fallingdotseq 3 \ \ or \ 1.5$$

よって,

$$h_2 \fallingdotseq 6m \ \ or \ 3m$$

また,

$$\beta \fallingdotseq 85^o \ \ or \ \ 33^o$$

また,

$$v_2 \fallingdotseq 30m/s \ \ or \ 60m/s$$

となる.このとき,前者の解では $Fr_2<1$ であり常流,後者は $Fr_2>1$ となり射流となる.すなわち,前者は射流から常流へ遷移する流れであり跳水が発生する.後者は射流のままとなる.

(10)θ=0 とすると,$h_1=h_2$ (すなわち,$v_1=v_2$)となり,単なる等流となってしまう.恐らく,題意としてはθを 0 に近づけて h_1 と h_2 がほぼ等しい状態となったときの現象についての解答を求めていると考えられる.その場合,(5)で得られた解から,

$$sin\beta = \frac{1}{Fr_1}$$

が得られる．このとき，角度βをマッハ角といい，発生する波をマッハ波という．