科目 20．水理学〔No.　20〕
本科目の選択者は，科目 15（流体力学[機械系]）を同時に選択することはできません。

【No.　20】 開水路の流れに関する以下の設問に答えよ。
ただし，解答は，その導出過程も記述すること。

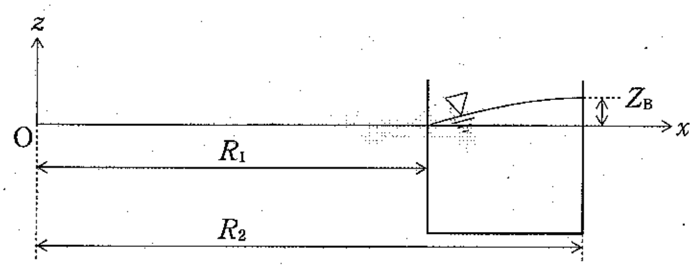
(1) 図Ⅰのように円形に湾曲した水路で，内側の半径は R_1，外側の半径は R_2 である。この水路に平均流速 V で水が流れているとき，以下の問いに答えよ。

なお，慣性力と重力などを座標軸 x，y，z 方向に分解し，その加速度成分を a_x，a_y，a_z とすると，流体圧力 p の変化 dp は密度を ρ として，次式で与えられる。

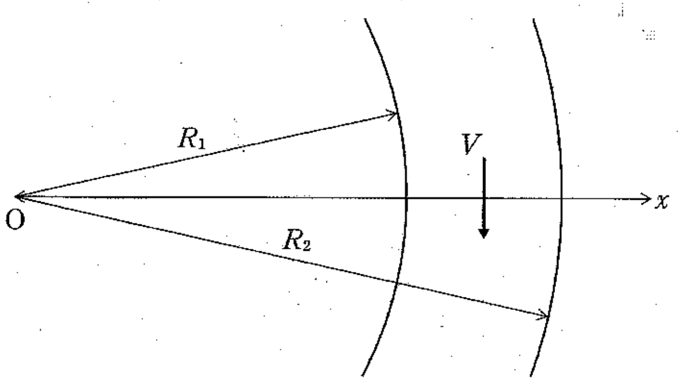
$$dp = \rho(a_x dx + a_y dy + a_z dz)$$

ただし，図Ⅰ(ア)において x 軸，z 軸は矢印の向きを正，y 軸は紙面に垂直な方向とし，内側の水位を $z = 0$ とする。また，$a_y = 0$，重力加速度の大きさは g とする。

(a) 加速度成分 a_x 及び a_z を求めよ。
(b) 流体圧力 p を求めよ。
(c) 内側と外側の水位差 Z_B を求めよ。



(ア) 横断図



(イ) 平面図

図Ⅰ

(2) 図Ⅱのように一定幅の水路において段上がりの部分の手前で流れが跳水を起こしている。

ただし，上流の水深と流速を h_1，V_1，下流の水深を h_3，段差の高さを S，段差直前の水深を h_2，重力加速度の大きさを g とし，水路床における摩擦は無視できるものとする。

(a) 断面１，２，３において静水圧分布が成り立つものとする。このとき，h_1 と h_2 の間には共役水深の関係，

$$\frac{h_2}{h_1}=\frac{1}{2}\left(\sqrt{1+8{F_{r_1}}^2}-1\right)$$

が成り立つ。

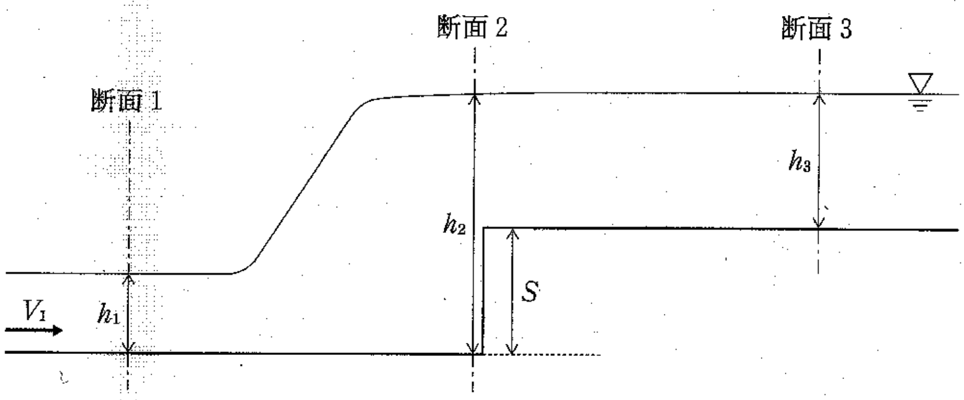
この式を連続式，運動量方程式から導け。

ただし，$F_{r_1}=\dfrac{V_1}{\sqrt{gh_1}}$ とする。

(b) $\dfrac{h_3}{h_1}$ に関する次の式の㋐，㋑に当てはまるものを求めよ。

ただし，解答には h_2 は用いないこと。

$$\left(\frac{h_3}{h_1}\right)^2=1+2{F_{r_1}}^2(\quad ㋐ \quad)+\frac{S}{h_1}(\quad ㋑ \quad)$$



図Ⅱ

(3) 図Ⅲに示した一様断面形の水路において，段波が到着する以前の通水断面積，流速，流量を A，V，Q，到着後のそれらを $A+\Delta A$，$V+\Delta V$，$Q+\Delta Q$ とする。また，w は段波の伝播速度，H は段波の波高，ζ は ΔA に当たる部分の図心Gまでの深さとする。

ただし，断面１，２において静水圧分布が成り立つものとする。

(a) 断面１，２における連続の式を示せ。

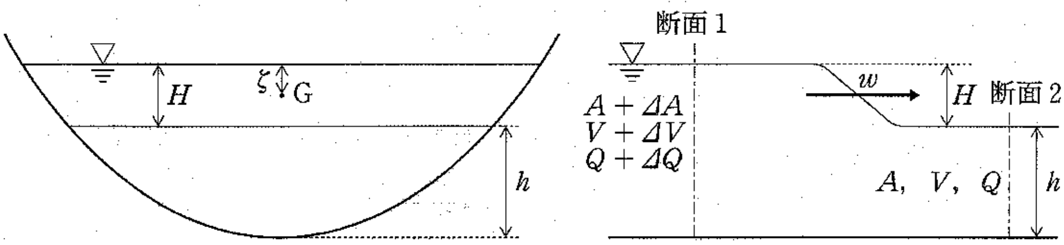
(b) 断面１，２の圧力差が，$-\rho g(AH+\Delta A\zeta)$ と表されることを示せ。
ただし，流体の密度を ρ，重力加速度の大きさを g とする。

(c) 上記の(b)も踏まえ，断面１，２における運動量の式を示せ。

(d) 上記(a)と(c)の式を用いて，

$$w-V=\pm\sqrt{g\left(\frac{A}{\Delta A}H+\zeta\right)\left(1+\frac{\Delta A}{A}\right)}$$

となることを示せ。



(ア) 横断図　　(イ) 縦断図

図Ⅲ