

科目20. 水理学 (No. 20)

本科目(科目20(水理学))の選択者は、科目15(流体力学[機械系])を同時に選択することはできません。

[No. 20] 管路の層流・乱流の流れと管摩擦に関する以下の設問に答えよ。

ただし、解答に当たっては、その導出過程も示すと。

- (1) 半径が a の水平円管に、密度 ρ 、粘性係数 μ のニュートン流体を定常の層流状態で流したところ、管の中心の圧力を p_0 とすると、その勾配が $\frac{dp_0}{dx}$ となった。この流れに関する以下の問に答えよ。

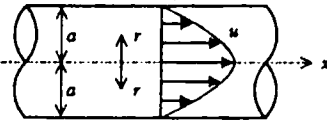


図 I

ただし、管は十分長く、流速の流下方向変化はないものとする。また、管の中心軸を x 軸、 x 軸に垂直な水平軸を y 軸、管中心より鉛直上向きにとった軸を z 軸、半径方向を r 軸とする。

- (a) 図 II に示す横断面の任意の位置における圧力勾配が管中心の圧力勾配に等しくなる、すなわち、式①となることを示せ。

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{dp_0}{dx} \quad \dots \text{①}$$

ここに、 p は任意地点の圧力である。

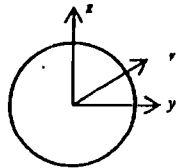


図 II

- (b) 半径 r の円柱部分に作用するせん断力と圧力の釣り合い式から、せん断応力 r_{rz} が式②のような r の関数となることを示せ。

$$r_{rz} = \frac{r}{2} \frac{dp_0}{dx} \quad \dots \text{②}$$

ここに、 r_{rz} は半径 r の円柱側面に作用する x 方向のせん断応力である。

- (c) せん断応力 r_{rz} と流速 u との関係式を式②に代入し、これを積分して流速 u の分布式を r の関数として示せ。

- (d) 問い(c)で求めた流速分布の断面平均をとり、断面平均流速 v が式③となることを示せ。

$$v = -\frac{a^2}{8\mu} \frac{dp_0}{dx} \quad \dots \text{③}$$

- (2) 管路の定常流のエネルギー保存則を非粘性流体と粘性流体に分類して導き、管摩擦の影響の定量評価を行うことにする。これに関する以下の問に答えよ。

ただし、圧力に及ぼす管の曲がりの影響は小さく、ピエゾ水頭は断面内で一定とする。また、流体の密度を ρ 、重力加速度を g とする。

- (a) 非粘性流体が断面内では一様な流速分布で円管内を定常で流れ、図 III に示すように、時刻 t に断面 AB, CD に囲まれた領域にあった流体が、微小時間 dt 経過後、断面 A'B', C'D' に囲まれた領域まで移動したとする。断面 AB での流速、断面積、中心高さ、中心圧力をそれぞれ v_1, A_1, z_1, p_1 とし、断面 CD での流速、断面積、中心高さ、中心圧力をそれぞれ v_2, A_2, z_2, p_2 とする。着目している流体塊の dt 間のエネルギー変化と、この間になされる圧力による仕事の関係から、エネルギー保存則が式④となることを示せ。

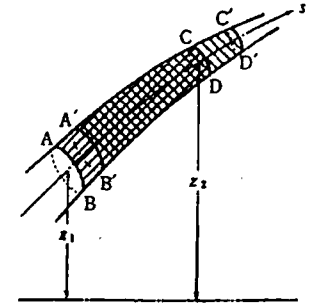


図 III

$$(\rho g z_1 + p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2}) A_1 v_1 dt = (\rho g z_2 + p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}) A_2 v_2 dt \quad \dots \text{④}$$

ただし、 dt は微小であるため、断面 AB, A'B' に囲まれた領域の質量は、断面 AB での値で、断面 CD, C'D' に囲まれた領域の質量は、断面 CD での値でそれぞれ代用できるものとする。

- (b) (a) では、流体塊を追跡したラグランジュ形式でエネルギー保存則を導いた。このエネルギー保存則を固定された検査領域(例えば、図の断面 AB, CD に囲まれた領域)内の流体に適用した、オイラー形式によるエネルギー保存則はどのように表現されるかを言葉で説明せよ。また、断面 AB におけるエネルギーフラックスを式で示せ。

- (c) 式④において $A_1 v_1$ と $A_2 v_2$ は流量の連続条件から等しくなるので、式⑤が得られる。

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} \quad \dots \text{⑤}$$

式⑤は、非粘性流体におけるエネルギー保存則を表したものであるが、粘性流体においては、断面内の流速分布の影響、粘性の作用によるエネルギー損失を考慮して式⑥となる。

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + h_l \quad \text{--- ⑥}$$

この場合の v_1, v_2 は、それぞれの断面における平均流速である。また、 α は断面内で流速が一律でないことから生じるエネルギー補正係数、 h_l は2点間の損失水頭である。

(7) 断面内の任意の地点の流速を u 、断面平均流速を v として、 α の定義式を示せ。また、なぜそのようになるかを説明せよ。

(8) エネルギー損失が、管の摩擦のみによって生じるとき、式⑥において $h_l = h_f$ となる。ここに、 h_f は摩擦による損失水頭である。乱流においては、一般に、壁面せん断応力 τ_0 が断面平均流速 v の2乗に比例することから次元を考慮して、式⑦のように表現される。

$$\tau_0 = \frac{\rho f'}{2} v^2 = \frac{\rho f}{8} v^2 \quad \text{--- ⑦}$$

f' 及び f はともに摩擦損失係数と呼ばれる無次元係数で、 $f = 4f'$ である。円管の直径 D が一様な場合について、微小流下距離 ds の円管内の流体に作用する重力、圧力、せん断力の釣合式と式⑦から、摩擦損失勾配と管の直径、平均流速の関係を表すダルシー・ワイズバッハの式を導け。摩擦損失勾配は $i_f = \frac{dh_f}{ds}$ で、 s は中心軸に沿った距離を表す。

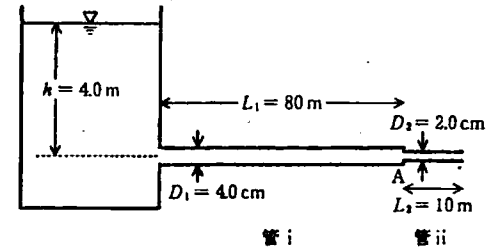
(9) ダルシー・ワイズバッハの式を適用すると、円管内を流れる層流に対する摩擦損失係数 f は式⑧の結果を用いて次式となることを示せ。

$$f = \frac{64}{Re} \quad \text{--- ⑧}$$

ここに、 Re は代表流速に平均流速 v 、代表長さとして円管の直径 D を用いて定義したレイノルズ数である。

(3) 図IVのように十分に大きな水槽から太さの異なる円管を水平に接続した単一管路を通して、定常状態で水が流出している。水槽水面から管の中心までの深さは $h = 4.0$ m に保たれる。管の直径、長さ、摩擦損失係数は、上流側の太い管(管 i)が、それぞれ、 $D_1 = 4.0$ cm、 $L_1 = 80$ m、 $f_1 = 0.040$ 、下流側の細い管(管 ii)が、それぞれ、 $D_2 = 2.0$ cm、 $L_2 = 10$ m、 $f_2 = 0.020$ で両管内とも水は乱流状態で流れる。この流れに関する以下の問いに答えよ。

ただし、この管路におけるエネルギー損失は、摩擦損失によるもののみとし、入り口の損失、急縮の損失は無視する。エネルギー補正係数を 1.0、重力加速度は $g = 9.8$ m/s² とし、水の密度は $\rho = 1.0 \times 10^3$ kg/m³ とする。また、計算結果の有効数字は2桁とする。



図IV

- 流量の連続条件より管 i の平均流速 v_1 と管 ii の平均流速 v_2 の比 $\frac{v_1}{v_2}$ を求めよ。
- (a) の連続条件を考慮して水槽水面と管 ii の出口との間に損失を考慮したベルヌーイの定理を適用し、管 ii 内の速度水頭 $\frac{v_2^2}{2g}$ 及び管 i 内の速度水頭 $\frac{v_1^2}{2g}$ の値を求めよ。
- 急縮部(A点)の直上流の圧力を p_{A-} 、直下流の圧力を p_{A+} とし、それぞれの圧力水頭 $\frac{p_{A-}}{\rho g}$ 、 $\frac{p_{A+}}{\rho g}$ の値を求めよ。
- 管 ii の摩擦損失勾配 i_{f2} の値を求めよ。
- エネルギー線、動水勾配線の意味を説明し、この管路におけるこれらの線の概形を(b)、(c)の結果を踏まえて、その特性がわかるように描け。

科目20. 水理学(No. 20)

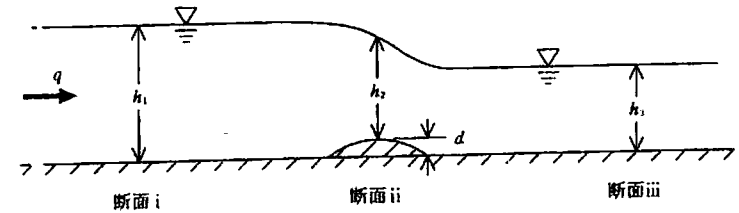
本科目(科目20(水理学))の選択者は、科目15(流体力学[機械系])を同時に選択することはできません。

[No. 20] 開水路の水面形は、流れが常流から射流に変化する場合には、局所的なエネルギー損失がない滑らかな変化を示すが、流れが射流から常流に変化する場合には、渦運動によるエネルギー損失を伴い、水面形状は不連続的な変化をする。この現象を跳水と呼ぶ。不連続的な水面形の位置が時間的に変化しない場合を定常跳水、時間的に変化する場合を段波と呼ぶ。水平床上の二次元流れ*i*の水面形の局所的な変化に関する以下の設問に答えよ。

ただし、跳水内部を除いて圧力は静水圧分布をするものとし、底面摩擦によるエネルギー損失は軽視する。また、重力加速度を*g*、水の密度を*ρ*とする。

なお、エネルギー補正係数と運動量補正係数はともに1.0とし、数値の計算時には、 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 、 ρ は4℃、大気圧のときの値を用いる。計算結果の有効数字は2桁とする。また、解答に当たっては、その導出過程も示すこと。

- (1) 図Iのように、水平床上に高さ*d*の突起が設けられた二次元水路がある。この水路に水を流したところ、突起の上流側で水深が*h*₁の常流、突起の下流側で水深が*h*₂の射流となる流れが得られた。また、突起上での水深は*h*₂となった。
- 常流から射流に変化する流れに関する以下の問いに答えよ。



図I

- (a) 長方形断面水路において、流量が一定のもとでの比エネルギー*E*と水深*h*の関係をその特徴がわかるように図示せよ。また、その図中に常流の範囲と射流の範囲を示せ。
- (b) 限界水深は、流量が一定のもとで比エネルギーが最小となる水深であると定義される。この定義より、長方形断面水路の限界水深*h*_cは、単位幅流量を*q*として、次式になることを示せ。

$$h_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$$

- (c) このような常流から射流に変化する流れにおいては、突起上で限界水深となることを示せ。

$$\sigma_3 - \Delta u = \text{㉔} \dots \text{㉔}$$

また、式①と図IIIから次式になる。

$$c_u = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{1}{2}((\rho_0 + \Delta\sigma_1) - (K_0\rho_0 + \Delta\sigma_3)) \dots \text{㉕}$$

したがって、式⑦を変形すると次式になる。

$$\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3 = 2c_u - (1 - K_0)\rho_0 \dots \text{㉖}$$

式⑧を式⑥に代入して整理すると、次式になる。

$$\sigma_3 - \Delta u = \text{㉗} \dots \text{㉗}$$

式⑨を式④に代入すると、次式になる。

$$c_u = \frac{\sin\phi' [\rho_0(K_0 + A(1 - K_0)) - 2Ac_u] + c' \cos\phi'}{1 - \sin\phi'} \dots \text{㉘}$$

式⑩を*c*_uについて解くと次式になる。

$$c_u = \frac{c' \cos\phi' + \rho_0 \sin\phi' (K_0 + A(1 - K_0))}{1 + (2A - 1)\sin\phi'} \dots \text{㉙}$$

正規圧密状態の粘土の場合、式⑪から求められる強度増加率 $\frac{c_u}{\rho_0}$ は次式になる。

$$\frac{c_u}{\rho_0} = \text{㉚} \dots \text{㉚}$$

また、正規圧密状態で、かつ等方圧密の三軸圧縮試験の場合、 $\frac{c_u}{\rho_0}$ は次式になる。

$$\frac{c_u}{\rho_0} = \text{㉛} \dots \text{㉛}$$

- (f) 図IIのように、軟弱な粘性土層地盤上に道路盛土を行う場合、急速に盛土を行うと粘性土層が破壊することがある。しかし、盛土を時間をかけて段階的に施工すると粘性土層は破壊しないことが多い。この理由を(a)又は(e)の関係から説明せよ。

ただし、両者の盛土荷重は等しいものとする。

- (d) $d=20\text{ cm}$ のとき, $h_2=2.0\text{ m}$ となった。このとき, 突起より上流の比エネルギー E_1 , 突起上の比エネルギー E_2 , 突起より下流の比エネルギー E_3 の値をそれぞれ求めよ。また, (d) で描いた図に E_1, E_2, E_3 の関係を示し, 水深と比エネルギーの変化の経路を矢印で示せ。
- (e) (d) の条件における q^2 の値を求めよ。

(2) 水平床上において, 上流側のフルード数 F_{r1} が比較的大きく, 図 II に示すように, 定常の完全跳水が生じている。上流側水深, 下流側水深はそれぞれ h_1, h_2 であり, 一定である。定常跳水に関する以下の問いに答えよ。

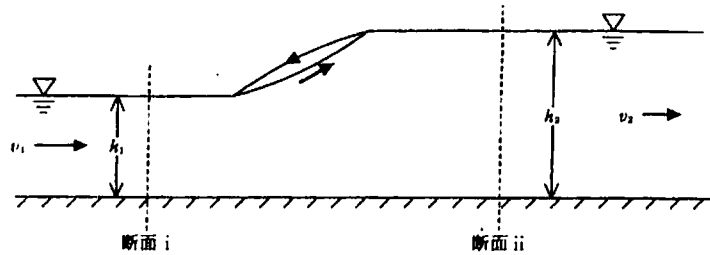


図 II

(a) 単位幅流量を q , 跳水より上流の断面 i における流速を v_1 , 跳水より下流の断面 ii における流速を v_2 とするとき, 断面 i と断面 ii に挟まれた検査領域に対して運動量の法則を適用すると $\rho, q, g, h_1, h_2, v_1, v_2$ の間にはある関係式が成り立つ。定常流れの流体に対する運動量の法則について説明し, この関係式を示せ。

(b) 上述の検査領域に対して, 質量保存則(非圧縮の連続条件)を適用し, 流速 v_1, v_2 を単位幅流量 q を用いてそれぞれ表せ。

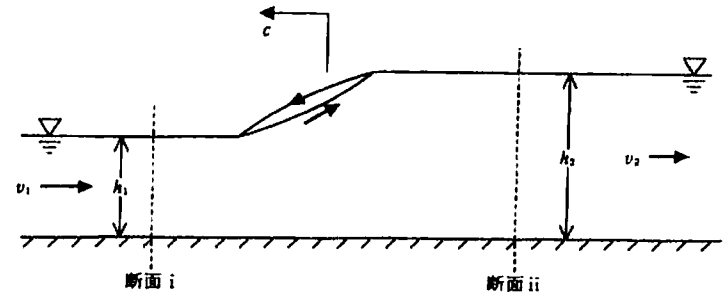
(c) (b) の結果を(a)の関係式に代入して得られた式を $\frac{h_2}{h_1}$ に関する 2 次方程式の形にまとめ, これを解くと, 完全跳水の共役水深の関係式が, 次式となることを示せ。

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 8F_{r1}^2}}{2} \quad \dots \textcircled{1}$$

(d) 単位幅流量が $q = 7.0\text{ m}^2/\text{s}$, 上流水深が $h_1 = \frac{\sqrt[3]{4}}{2}\text{ m}$ のとき, 定常の完全跳水を生じさせるための下流水深 h_2 の値を求めよ。また, このとき, 上流側の断面 i に作用する単位幅当たりの全水圧を P_1 , この断面を単位幅, 単位時間当たり通過する運動量を M_1 とする。 P_1 と M_1 の値を求めよ。

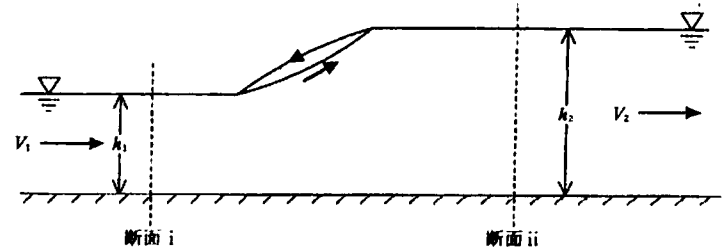
ただし, $\sqrt[3]{2} = 1.26$ とする。

- (3) 跳水を挟んで, 上流側水深 h_1 と下流側水深 h_2 が式①の共役水深関係にないとき, 跳水位置が波速 c で上流又は下流に移動する段波となる。段波に関する以下の問いに答えよ。



(静止座標系)

図 III



(移動座標系)

図 IV

(a) 図Ⅲに示すように、上流側断面ⅰの水深及び流速がそれぞれ h_1, v_1 、下流側断面ⅱの水深及び流速がそれぞれ h_2, v_2 の段波が、一定速度 c で上流方向へ伝播する現象が生じた。段波を生じる流れは非定常流れとなるが、これを定常現象として定式化するためには、一定速度 c で上流方向に移動する移動座標系で運動を記述すればよい。この移動座標系においては、段波は図Ⅳに示すように定常跳水となる。この移動座標系における上流側断面ⅰの流速 V_1 と、下流側断面ⅱの流速 V_2 を v_1, v_2, c を用いてそれぞれ表せ。また、この移動座標系から観測した場合の単位幅流量 q を上で求めた V_1 を用いて表せ。

(b) 移動座標系により定常化された段波に対しては、定常跳水の場合と同様の運動量の法則を適用できる。これを適用すると、(a)で求めた q が正の範囲で段波の伝播速度 c は、次式となることを示せ。

$$c = \sqrt{\frac{g h_2}{2 h_1} (h_1 + h_2) - v_1}$$

(c) 問い②の(d)の定常跳水が生じている状態から、下流水深を下げて $h_2 = 2.7 \text{ m}$ としたところ、跳水位置が 1.2 m/s の速度で下流に移動した。

静止座標系での断面ⅱの単位幅流量 q_2 の値を求めよ。また、静止座標系において、この段波を挟んだ検査領域内(図Ⅲの断面ⅰと断面ⅱに挟まれた領域)の単位幅、単位時間当たりの運動量の変化量の値を求めよ。

ただし、運動量の変化は増加を正とする。

(d) 上記のように、共役水深関係にある跳水の下流水深を低下させたとき、跳水位置が下流に移動する理由を図や式を用いて水学的に説明せよ。

科目21. 土木計画 [No. 21A, 21B, 21C]

本科目(科目21(土木計画))の選択者は、科目22(環境工学(土木)・衛生工学)と科目29(資源リサイクル)のいずれも選択することはできません。

[No. 21] 次のA, B, Cいずれか一つのみに答えよ。

A 社会資本の評価に関する以下の設問に答えよ。

(1) 社会資本の評価では、市場で取引されないもの(社会資本・環境など)の経済的価値を推定することがある。これに関する以下の問いに答えよ。

(a) 都市公園の効用を三つ挙げよ。

(b) 通常市場で取引されないもの(社会資本・環境など)の経済的価値を推定する方法を三つ挙げ、簡単に説明せよ。

(2) 有料道路の評価に関する以下の問いに答えよ。

(a) 有料道路が建設され、供用されたときに、以下のそれぞれの主体がどのような利益や不利益(直接的な金銭の支出を含む)を受けるか、利益と不利益を一つずつ挙げよ。

(ア) 有料道路の建設、管理を行う者 (イ) 有料道路の利用者 (ウ) 周辺住民

(b) 有料道路の計画策定後、用地買収や工事に着手する前の段階で、交通量の予測が当初費用や便益を評価した時点に比較して、大幅に小さくなることが判明した。このことが有料道路の費用と便益にどのような影響を与えるかを述べよ。

(3) 表Ⅰに示されるように、平成17年度から投資が始まり、平成22年度から供用される社会資本について、平成16年度の価値に換算して評価を行う。以下の問いに答えよ。

ただし、価値の上昇及び下落はないものとする。また、この社会資本は維持管理費を要せず、平成27年度以降、便益は一切発生せず、残存価値及び撤去費用はないものとする。

なお、解答に当たっては、その導出過程も示し、べき乗の計算には表Ⅱ、表Ⅲを用いること。

(a) 平成16年度を1年とした費用便益比を求めよ。(小数第2位まで示すこと。)

ただし、将来の価値を現在の価格に換算する場合の社会的割引率は、1年当たり5%とする。

(b) 平成16年に判断する場合のこのプロジェクトの内部収益率を求めよ。(小数第3位を切り上げ、第2位まで示すこと。)

科目20. 水理学 (No. 20)

本科目(科目20(水理学))の選択者は、科目15(流体力学[機械系])を同時に選択することはできません。

[No. 20] 図I及び図II(3)の様に表している)のような矩形開水路の断面i-ii間より、水の一部が横流出及び流入するような定常状態の水の流れに関する以下の設問に答えよ。

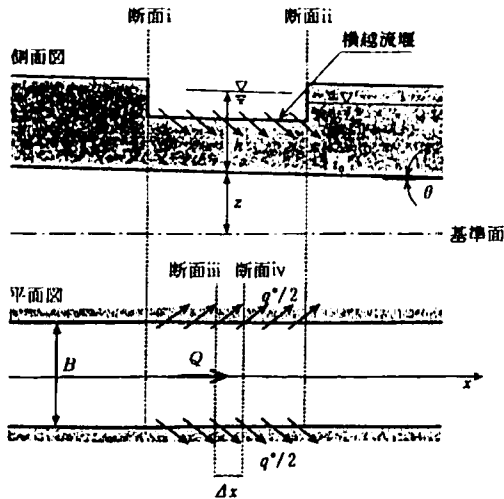
ただし、図I及び図IIに示す水路幅 B 及び水路勾配 i_0 ($\equiv \sin \theta$ (θ は水路床の傾斜角))はともに一定とし、それらの開水路内の流下方向に x 軸をとるものとする。また、水の密度を ρ 、重力加速度を g 及び運動量補正係数を 1 とし、水の粘性による摩擦の影響については無視する。

なお、解答に当たっては、その導出過程も示すこと。

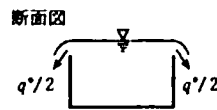
(1) 図Iのように、ある任意断面を流量 Q で水が流れる矩形開水路の断面i-ii間の左右両側壁において、ともに同一形状の横越流堰が設置されており、この二つの横越流堰から単位水路長当たり流量 $\frac{q^*}{2}$ の水が、一様に横流出している。このとき、図Iの断面i-ii間における水面形に関する以下の問いに答えよ。

ただし、図Iに示す微小距離 Δx を持った断面iii-iv間について、断面iiiにおける開水路内の流量、水深及び平均流速を、それぞれ Q 、 h 及び v 、断面ivにおける開水路内のそれらを、それぞれ $Q + \Delta Q$ 、 $h + \Delta h$ 及び $v + \Delta v$ とする。

なお、 Δx 、 ΔQ 、 Δh 及び Δv を互いに乗じた微小項(例えば、 Δh^2 や $\Delta x \cdot \Delta h$ 等)は、いずれも無視できるものとする。



図I



(a) 断面iii-iv間における Q の x 軸方向への変化率 $\frac{\Delta Q}{\Delta x}$ を、 q^* を用いて表せ。

(b) 断面iii-iv間における開水路内の水の流れが、横流出によって失う運動量の大きさを求めよ。

ただし、断面iii-iv間において、横流出する水の流速の x 軸方向成分は、断面iiiにおける開水路内の平均流速 v に等しいものとする。

(c) (b)で求めた運動量を用いて、断面iii-iv間で x 軸方向についての運動量保存則を適用すると、次式が成立する。

$$\frac{\rho Q}{Bh} \left(2 \Delta Q - \frac{Q \cdot \Delta h}{h} + q^* \cdot \Delta x \right) = -\rho g B h \cdot \Delta h + \rho g B h i_0 \cdot \Delta x \quad \dots \textcircled{1}$$

ここで、式①の導出に当たっては、例えば $v + \Delta v$ について、次のような近似式を用いている。

$$v + \Delta v = \frac{Q + \Delta Q}{h + \Delta h} \cdot \frac{1}{B} = \frac{Q}{Bh} \cdot \frac{1 + \frac{\Delta Q}{Q}}{1 + \frac{\Delta h}{h}} \approx \frac{Q}{Bh} \cdot \left(1 + \frac{\Delta Q}{Q} \right) \left(1 - \frac{\Delta h}{h} \right) \approx \frac{Q}{Bh} \cdot \left(1 + \frac{\Delta Q}{Q} - \frac{\Delta h}{h} \right) \quad \dots \textcircled{2}$$

式②のような近似式を用いて、式①を導出せよ。

(d) 式①及び(a)で表した $\frac{\Delta Q}{\Delta x}$ を用いて、断面i-ii間における h の x 軸方向への変化率 $\frac{dh}{dx}$ を表す関係式を、 v を消去した形で導出せよ。

なお、導出に当たっては、次の関係式を用いること。

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta h}{\Delta x} = \frac{dh}{dx} \quad \dots \textcircled{3}$$

(e) いま、図Iの開水路の全区間にわたって生じている水の流れが射流であるとする。このとき、断面i-ii間における水面形の概形を、(d)で導出した $\frac{dh}{dx}$ を用いて、次の(ア)、(イ)の場合について、両者の相違がわかるように一つの図に示せ。さらに、図示した根拠を簡単に説明せよ。

ただし、断面iにおける水深は、(ア)、(イ)の場合について、ともに等しいものとする。

なお、図示に当たっては、横軸に x 軸をとること。

(ア) 横流出がある場合

(イ) 横流出及び流入がともにない場合

(2) 図 I のような横流出のある水の流れについて、エネルギー保存則を適用することを考える。以下の問いに答えよ。

(a) 図 I の開水路内のある任意断面における水が持つ全水頭 H は、次式で表される。

$$H = \alpha \frac{Q^2}{2g(Bh)^3} + h + z \quad \dots \textcircled{4}$$

ここに、 z : 基準面から水路床までの高さ

α : エネルギー補正係数

式④より、 $\frac{dh}{dx}$ を表す関係式を導出せよ。

ただし、 $\alpha = 1$ とする。また、導出に当たっては、次の関係式を用いること。

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta x} = \frac{dQ}{dx} \quad \dots \textcircled{5}$$

さらに、ここで導出した $\frac{dh}{dx}$ の関係式が、(1) (d) で導出した関係式と同一となるためには、 H が x 軸方向に、常に一定である必要があることを示せ。

(b) 図 I の開水路内を流れる水が持つ全エネルギーは、断面 i—ii 間においてどのように遷移するかについて、 H と全エネルギーの関係を示した上で、(a) で示された結果と対比しつつ述べよ。

(3) 図 II のように、ある任意断面を流量 Q で水が流れる一様矩形開水路の断面 i—ii 間において、単位水路長当たり流量 $\frac{q^2}{2}$ の水が、開水路内の流れに対し直交する方向、すなわち x 軸方向に対し直交する方向に、一様に横流入している。

ここで、図 II に示す微小距離 Δx を持った断面 iii—iv 間について、(1) のときと同じく、断面 iii における開水路内の流量、水深及び平均流速を、それぞれ Q 、 h 及び v 、断面 iv における開水路内のそれらを、それぞれ $Q + \Delta Q$ 、 $h + \Delta h$ 及び $v + \Delta v$ とする。また、ここでも、 Δx 、 ΔQ 、 Δh 及び Δv を互いに乗じた微小項(例えば、 Δh^2 や $\Delta x \cdot \Delta h$ 等)は、いずれも無視できるものとする。

このとき、断面 iii—iv 間における x 軸方向についての運動量保存則の関係式を表した上で、断面 i—ii 間における h の x 軸方向についての変化率 $\frac{dh}{dx}$ を表す関係式を、 v を消去した形で導出せよ。

なお、導出に当たっては、式②のような近似式及び式③を用いること。

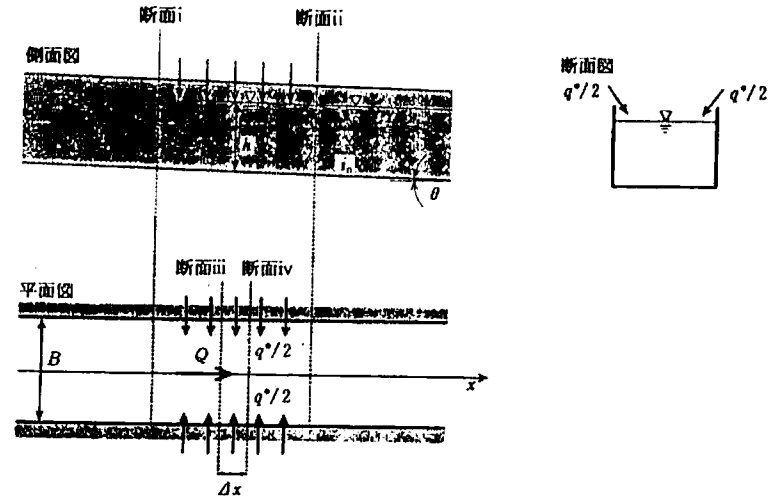


図 II

(4) いま、図 I 及び図 II の開水路の全区間にわたって生じている水の流れが常流であるとする。このとき、断面 i—ii 間における水面形の概形を、(1) (d) 及び(3) で導出した $\frac{dh}{dx}$ を用いて、次の (a)、(b)、(c) の場合について、それらの相違がわかるように一つの図に示せ。さらに、図示した根拠を簡単に説明せよ。

ただし、ここでの図 I 及び図 II の開水路の水路勾配は、ともに無視できるくらい小さいものとする。また、断面 ii における水深は、(a)、(b)、(c) の場合について、いずれも等しいものとする。

なお、図示に当たっては、横軸に x 軸をとること。

- (a) 横流出がある場合
- (b) 横流入がある場合
- (c) 横流出及び流入がともにない場合

科目20. 水理学 (No. 20)

本科目(科目20(水理学))の選択者は、科目15(流体力学[機械系])を同時に選択することはできません。

[No. 20] 円形断面を有する曲がりのない直線管路内における定常状態の水の流れに関する以下の設問に答えよ。

ただし、ここでは自由水面が現れることのない満管状態の流れを対象とし、水の密度を ρ 、重力加速度を g とする。また、解答に当たっては、その導出過程も示せ。

(1) 図Iのような一定の角度 θ で傾斜した内径 D 、長さ l の管内の流れについて考える。

このような管路内における断面 i - ii 間での摩擦損失水頭 h_f は、水の断面平均流速 v 、摩擦損失係数を f とすると、次式で表される。

$$h_f = f \frac{l}{D} \frac{v^2}{2g} \quad \dots \textcircled{1}$$

式①の誘導に関する以下の問いに答えよ。

(a) 断面 i - ii 間の水に対して運動量保存則を適用することにより、管路壁面に作用するせん断応力 τ を径深 R と動水勾配 i_a を用いて表せ。

(b) 摩擦によるエネルギー損失を考慮して、このような管路内における流れにベルヌーイの定理を適用すると、この流れの基礎方程式は次式で表される。

$$\frac{d}{dx} \left(\alpha \frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z \right) + \frac{dh_f}{dx} = 0 \quad \dots \textcircled{2}$$

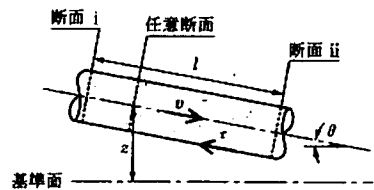
ここに、 p と z は任意断面における水の圧力と基準面から管路中心軸までの高さを示す。

また、 $\frac{dh_f}{dx}$ は摩擦損失勾配を示す。さらに、 α はエネルギー補正係数を示し、 $\alpha = 1$ とする。

式②と(a)で求めた式より、 h_f を τ 、 R 及び l を用いて表せ。

(c) 式①と(b)で求めた式より、 τ を v と f を用いて表せ。

なお、ここで導出された τ の関係式は広く経験的に知られているものであり、式①の導出の際に利用されている。



図I

(2) 図IIのような一定の角度 θ で傾斜した管1 (内径 D_1) と管2 (内径 D_2) が接続された管路内の流れについて考える。このとき、管路の断面面積の急激な拡大に伴い、流れの剥離域が生ずることから断面 i - ii 間で水のエネルギー損失が生ずる。

管路の急拡大に伴う損失水頭 Δh_w は、一般に次式で表される。

$$\Delta h_w = K_w \frac{v_1^2}{2g} \quad \dots \textcircled{3}$$

ここに、 K_w 、 v_1 はそれぞれ急拡大による損失係数と管1における断面平均流速を示す。 K_w に関する以下の問いに答えよ。

ただし、ここでは管路壁面における摩擦の影響を無視する。

(a) 断面 ii が剥離域から十分離れた位置にとられているものとして、断面 i - ii 間の運動量保存則の関係式を v_1 、 v_2 、 ρ_1 、 ρ_2 、 z_1 、 z_2 、 D_1 及び D_2 を用いて表せ (θ を用いずに表せ)。

ただし、 v_2 は管2における断面平均流速、 ρ_1 、 ρ_2 と z_1 、 z_2 はそれぞれ断面 i、ii における水の圧力と基準面から管路中心軸までの高さを示す。また、運動量補正係数を 1 とする。

(b) (a)で求めた式より、圧力水頭差 $\frac{p_1 - p_2}{\rho g}$ を v_1 、 z_1 、 z_2 、 D_1 及び D_2 を用いて表せ。

(c) (b)で求めた式より、 K_w を導出すると次式で表される。

$$K_w = \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 \right]^2 \quad \dots \textcircled{4}$$

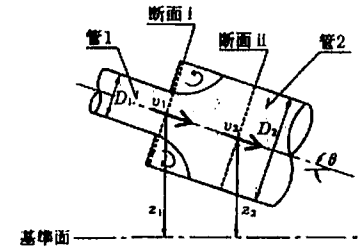
式④の導出過程を示せ。

(3) 図IIIのような二つの貯水槽 (貯水槽 No. 1 と No. 2) を結ぶ管1 (内径 D_1 、長さ l)、管2 (内径 D_2 、長さ l) 及び管3 (内径 D_3 、長さ l) で構成された管路内の流れについて考える。

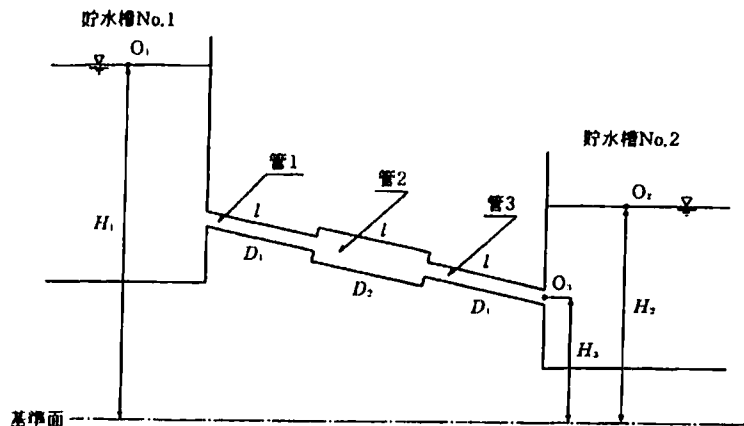
ただし、貯水槽の底面積が管路の断面積に比較して十分大きいために、ここで対象とする時間の範囲内では貯水槽内の水位が変化しないものとする。また、管路の急縮に伴う損失水頭 Δh_w については、管2より断面積が小さな管3における断面平均流速 v_3 を用いて次式で表すものとする。

$$\Delta h_w = K_x \frac{v_3^2}{2g} \quad \dots \textcircled{5}$$

ここに、 K_x は急縮による損失係数を示す。また、 H_1 と H_2 は貯水槽 No. 1 と No. 2 の水位を示し、 $H_1 > H_2$ とする。



図II



図Ⅲ

二つの貯水槽を結ぶ管路内の流れに関する以下の問いに答えよ。

(a) 摩擦損失係数 f は管路の内径にかかわらず一定であるとして、管路内の流れのエネルギー線及び動水勾配線を図示せよ。

ただし、エネルギー線を実線、動水勾配線を破線とし、それぞれの線について傾き等の相違が分かるように図示せよ。また、エネルギー線及び動水勾配線の変化点については、そこでの変化量に関する説明を加えよ。

(b) H_1 と H_2 が既知であるときの管路内の流量 Q を求めよ。解答に当たっては、前述した損失係数である f 、 K_e 及び K_c についてはそのまま用いてよいが、これ以外の損失係数を用いる必要がある場合は、各自定載した上で用いよ。

(4) 図Ⅲにおいて貯水槽 No. 2 が存在せず、貯水槽 No. 1 の水が管路の末端の点 O_2 から直接大気中に放流されたときの管路内の流れについて考える。

ただし、管路の形状や損失係数は(3)と同一とする。また、貯水槽 No. 1 の水位は変化しないものとする。さらに、 H_1 は基準面から点 O_1 までの高さを示し、 $H_1 > H_2$ とする。

貯水槽から大気中に放流されたときの管路内の流れに関する以下の問いに答えよ。

(a) (3)(a)のときと同様に、管路内の流れのエネルギー線及び動水勾配線を図示せよ。

(b) H_1 が既知であるときの放流流量 Q_a と(3)(b)で求めた Q との比 $\left(= \frac{Q_a}{Q} \right)$ について考察すれば、これは H_1 、 H_2 及び H_3 のみによって決定されるといえる。この理由を、 $\frac{Q_a}{Q}$ を導出することによって述べよ。

科目21. 土木計画(No. 21A, 21B, 21C, 21D, 21E, 21F)

本科目(科目21(土木計画))の選択者は、科目22(環境工学・衛生工学[土木系])と科目29(資源リサイクル)のいずれも選択することはできません。

[No. 21] 次のA~Fいずれか一つのみに答えよ。

A 我が国における道路交通施策に関する以下の設問に答えよ。

(1) 都道府県程度の規模の地域において、道路交通に関する課題として、次の三つを考えるものとする。

- ① 都市内の円滑な移動
- ② 地球規模の環境問題
- ③ 災害等に対する信頼性

(a) ある道路交通施策を実施すると、①、②、③の課題の達成状況が変化する。そこで、その達成状況を把握するための定量的な評価指標を作成したい。①、②、③の各課題の評価指標をそれぞれ示せ。ただし、以下の点に留意せよ。

○評価指標を策定する根拠となる現象等を挙げ、そこから得られる指標作成に必要なデータを抽出し、指標の作成過程を具体的に示せ。

○評価指標は金額表示しないものとするが、指標の根拠となるデータには単位を記せ。

(b) ①、②、③の課題に対応するためには、既存の道路網の形態や道路断面の大規模な変更を伴う「つくり方」と、これらによらず、既存施設の有効活用や交通需要のコントロール等により対応する「つかい方」の大きく二つの対応が考えられる。この二つの対応による道路交通施策をそれぞれ二つずつ挙げよ。さらに、その施策によって道路交通に与える変化及び①、②、③の課題が改善される場合はその効果を述べるとともに、①、②、③の課題改善が期待できない状況となる場合はその条件を、それぞれの施策について述べよ。

(2) 情報技術(IT)の活用によって考えられる道路交通施策を、次の二つの視点からそれぞれ一つずつ挙げるとともに、その施策の内容について説明せよ。

- (a) 道路利用者に対するサービスの向上
- (b) 道路の計画策定や施設管理の高度化・効率化

科目19. 水理学(No. 19)

本科目(科目19(水理学))の選択者は、科目16(流体力学)を同時に選択することはできません。

【No. 19】フルード数が1より大きい射流の流れでは流れの平均流速が水面の擾乱の伝播速度より大きい。したがって、射流では水面の擾乱は流れに逆らってさかのぼることができず、射流部での水深は下流側の条件とは無関係の大きさを保っている。それゆえ、下流部の流れのフルード数が1より小さい常流であると、射流の流れから常流の流れに移行する断面では、ローラーとよばれる激しい表面渦が生じ、大きなエネルギー損失を伴って水深が短区間で変化する。この現象を跳水と呼んでいる。

I. 任意断面水路

任意断面を有する水平一様水路について考える。

跳水現象は運動量保存則を適用して解析される。

断面平均量を用いて、図1に示される一様断面水路の跳水始端の断面Iと終端の断面IIとの間に運動量保存則を適用し、連続の条件を加味すると式①が導かれる。

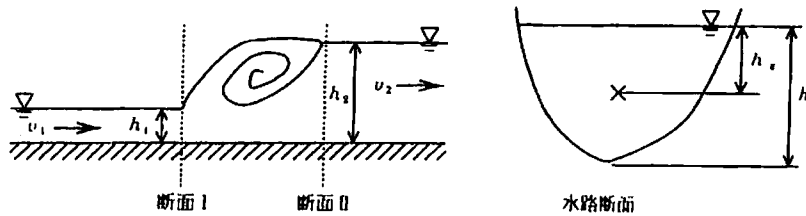


図1

$$A_1 h_{s1} + \frac{Q^2}{g A_1} = A_2 h_{s2} + \frac{Q^2}{g A_2} \quad (1)$$

ただし、跳水の区間は短い(長方形断面水路の場合 $4h_2 \sim 6h_2$ 程度)ので底面摩擦は無視し、運動量補正係数は1とする。

ここで、 A は流量、 h は水深、 h_s は流水断面の水面から図心までの深さ、 g は重力加速度、 Q は流量であり、添字1、2はそれぞれ跳水始端、終端の断面での層であることを示す。

式①を満足する水深 h_1 、 h_2 は互いに共役水深と呼ばれる。

(1) 式①を導け。

式①から、断面形状と Q 及び h_1 が与えられて、他方の共役水深 h_2 を求める場合、式①を変形して直接 h_2 を求めることは一般にできない。

そこで、断面形状が与えられた場合、 Q 及び h_1 が種々変化した場合でも h_2 を求めることのできる図式解法について考える。

ここで、次のようにおく。

$$P = Ah_s \quad (2)$$

$$M = \frac{1}{gA} \quad (3)$$

P 、 M はともに水深 h のみの関数である。

断面形状が与えられると、 P と水深 h の関係は数値計算をすることにより容易に図示することができる。また、 P と M の関係は水深 h を媒介変数として結びついているので種々の水深 h の等値に対して、 P と M を数値計算することにより図示することができる。

(2) 式②、③を用いて、 P と h 、 P と M の関係の概略図を図2に描け。

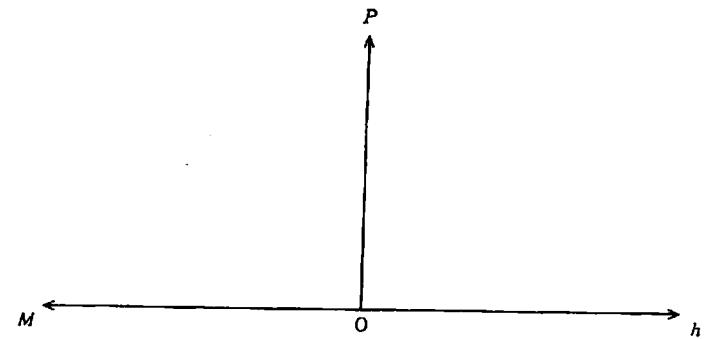


図2

式②、③を用いて式①を書き直すと式④となる。

$$P_1 + Q^2 M_1 = P_2 + Q^2 M_2 \quad (4)$$

(3) 式④と(2)で描いた図を用いて、流量 Q と射流水深 h_1 が与えられたとき、 h_1 の共役水深である常流水深 h_2 を求めるにはどうすればよいか(2)で描いた図を用いて説明せよ。

II. 長方形断面水路

これからは最も一般的なが方形断面を有する水平一様水路での跳水現象について考察する。

II-1. 共役水深

式①に連続の条件を加味すると式⑤又は式⑥を得る。

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2} (\sqrt{1 + 8F_{r1}^2} - 1) \quad (5)$$

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{2} (\sqrt{1 + 8F_{r2}^2} - 1) \quad (6)$$

ここで、 $F_r = \frac{v}{\sqrt{gh}}$ でありフルード数と呼ばれる。 v は平均流速である。

(4) 式⑤を導け。

(5) 単位幅当たりの流量 q が一定のとき、 h_1 の増減に伴って h_2 はどのように変化するか理由を付して説明せよ。

II-II. エネルギー損失

跳水はローラーと呼ばれる激しい渦を伴うので、そこでのエネルギー損失は大きい。

跳水による損失水頭 ΔE を、断面 I, II 間にベルヌーイの定理を適用し、さらに式①を用いて共役水深のみで表すと式⑦となる。

$$\Delta E = \frac{(h_2 - h_1)^3}{4h_1 h_2} \quad \text{⑦}$$

ただし、運動エネルギー補正係数を 1 とする。

(6) 式⑦を導け。

(7) q が一定のとき、 h_1 の増減に伴って ΔE はどのように変化するか理由を付して説明せよ。

II-III. 比エネルギー、比力曲線

単位幅当たりの流量を q 、水深を h としたとき、単位幅当たりの比エネルギー、比力(単位重量当たりの水の持っている運動量と圧力の和)はそれぞれ式⑧、式⑨で表される。

ここでは比エネルギー曲線、比力曲線を用いて跳水について考察を加える。

$$E = h + \frac{v^2}{2g} \quad \text{⑧}$$

$$F = \frac{q^2}{gh} + \frac{h^2}{2} \quad \text{⑨}$$

(8) 単位幅当たりの流量 q を一定にしたとき、 E と h 、 F と h の関係の概略図を図 III に描け。

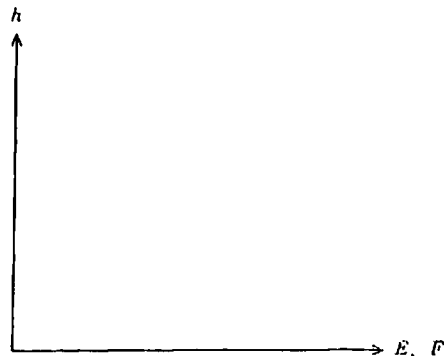


図 III

(9) 単位幅流量 q と h_1 が与えられた場合の跳水による損失水頭 ΔE を(8)で描いた図に示せ。

Q10 跳水のように、外力が働かない、あるいは外力の作用を無視し得るほど短区間で水深が変化するとき、変化前の水深を h_1 、変化後の水深を h_2 、限界水深を h_c とすると、 $h_1 < h_c < h_2$ であることを示せ。

II-IV. 常流から射流への変化

これまで射流から常流への遷移を考えてきたが、ここではその逆の常流から射流への遷移について考察する。

Q11 (8)で描いた図を用いて常流から射流への遷移について説明せよ。

III. 射流から常流に遷移する流れの事例

跳水を伴う流れの代表的な例として、ゲートから自由流出する場合のゲート下流部の流れについて考える。水路の断面は広長方形断面として以下の設問に答えよ。

Q12 図 IV に示されるゲート下流部の流れについて、射流部が出現するものとして、水面形を図示すると共にその理由を説明せよ。また、不尋流解析はどのように行えばよいかを説明せよ。

ただし、水路勾配は一定の緩勾配で水路は十分長いものとする。

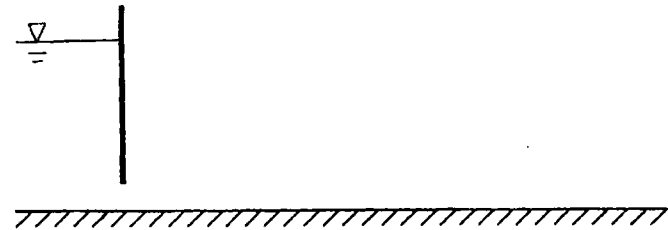
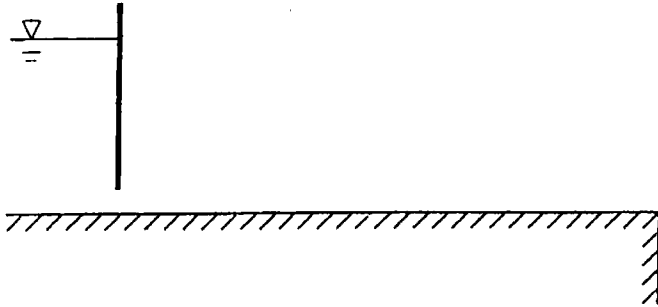


図 IV

03 図Vに示される十分な長さのある水平水路の終端が段落ちになっている場合のゲート下流部の水面形を図示すると共にその理由を説明せよ。また、不等流解析はどのように行えばよいかを説明せよ。

ただし、跳水長さは経験的に分かっているものとする。



図V

科目20 土質力学(No. 20)

【No. 20】 図1に表す軟弱地盤の上に盛土を造成し、盛土面が所定の高さ H に至ったところで構造物を建設して供用を開始する。このプロジェクトの設計課題について検討を加えていく。盛土幅は粘土層厚に対して十分広とし、盛土建設に要する時間は、粘土層の圧密に対して十分に短い(急速施工)とする。

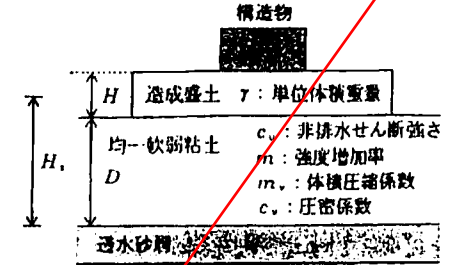
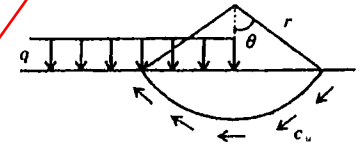


図1

I. 盛土の安定に対する検討

軟弱粘土上の盛土作業で最も大切なことは、盛土荷重による地盤の破壊を防ぐことである。

その検討のために、一様な非排水せん断強度 c_u の粘土層上に一様分布の盛土載荷 q が働くとし、地盤を破壊させない q の最大値 q_{max} を考える。



図II

(1) 地盤が図IIに表す円弧に沿ってすべり破壊すると仮定する。その場合、円弧は載荷域内の1点から発生し、円弧中心は盛土端部の直上にあることが知られている。この円弧に沿って粘土層がすべり破壊するとしたときの q を θ と c_u の関数で表せ。

(2) (1)で得られた q の値は θ により異なり、実際には最小の q を与える θ の円弧で破壊が起こる。そのときの q が q_{max} であり、支持力係数 N_c を用いて q_{max} は次式で表される。

$$q_{max} = N_c \cdot c_u$$

単位体積重量 γ の盛土を急速施工する場合、一度に盛り上げ得る盛土厚さの最大値 H_{max} を N_c 、 c_u 及び γ を用いて表せ。

(3) 造成しようとしている盛土厚さ H が(2)で求めた H_{max} より大きい場合には、「段階盛土施工法」の採用が考えられる。まず H_{max} より小さな厚さの盛土を全面的に行い、その荷重の下での圧密による強度増加を待ってから、第2段盛土を行い、順次繰り返して所定の標高まで盛土を行う方法である。

$H_1 (< H_{max})$ の盛土による粘土層の圧密が圧密度で U (%) でなくて小数の値)まで進んだときの粘土層の非排水せん断強度 c_{u1} を、その初期値 c_u 、 H_1 、 γ 、強度増加率 m 及び U を用いて表せ。